

4. Funkcja liniowa

mgr A. Piłat, mgr M. Małycha, mgr M. Kucharska

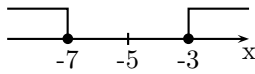
- Napisz równanie prostej:
 - $-6x + 3y + 2 = 0$ w postaci kierunkowej,
 - przechodzącej przez punkty $A = (-4, -2)$, $B = (5, 4)$,
 - nachylonej do osi OX pod kątem 120° i przechodzącej przez punkt $N = (-3, 2)$,
 - równoległej do prostej $l : 6x - y = 0$ i przechodzącej przez punkt $P = (-1, 1)$,
 - prostopadłej do prostej $l : \sqrt{2} - y + 5 = 0$ i przechodzącej przez punkt $M = (2, 1)$.
- Podaj miarę kąta, jaki tworzy funkcja liniowa z osią OX , gdy:
 - $f(x) = \sqrt{3}x + 3$,
 - $f(x) = x + 4$,
 - $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$,
 - $f(x) = -x + 1$,
 - $f(x) = -\sqrt{3}x - 2$,
 - $f(x) = -\sqrt{3}$.
- Uzasadnij, że punkty: $A = (-1, 1)$, $B = (1, 5)$ i $C = (1000, 2003)$ należą do jednej prostej.
- Oblicz współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez punkty $A = (0, 2)$, $B = (-3, 4)$, a następnie podaj wartość współczynnika kierunkowego prostej:
 - równoległej do prostej AB ,
 - prostopadłej do prostej AB .
- O funkcji liniowej f o wzorze $y = ax + b$ wiadomo, że gdy argument x zwiększa się o 1, to wartość y funkcji zwiększa się o 2. Określ współczynnik a tej funkcji.
- Napisz wzór funkcji liniowej w postaci $y = ax + b$ wiedząc, że przyjmuje
 - wartości ujemne w przedziale $(-\infty, -4)$ i jej wykres jest nachylony do osi odciętych pod kątem 45° ,
 - rzędna punktu przecięcia jej wykresu z osią OY jest równa 4, a odcięta punktu przecięcia z osią OX jest równa 2.
- Oblicz dla jakich wartości k funkcja liniowa f określona wzorem:
 - $f(x) = (-2k^2 - 6)x - 4$ jest malejąca,
 - $f(x) = (3 - \frac{2k+3}{4})x + 3$ jest rosnąca,
 - $f(x) = 5kx + 8 - k^2x$ jest stała.
- Dana jest funkcja f o wzorze $f(x) = -3x + 3$.
 - Wyznacz wzór funkcji g , wiedząc, że jej wykres jest równoległy do wykresu funkcji f oraz przechodzi przez punkt $A = (1, 3)$.
 - Wyznacz miejsca zerowe funkcji f i g .
 - W jednym układzie współrzędnych narysuj wykresy funkcji f i g .
 - Oblicz pole figury ograniczonej wykresami funkcji f i g oraz osiami układu współrzędnych.
- Dana jest prosta p o równaniu $y = \frac{2}{3}x - 4$ oraz punkt $A = (4, 3)$.
 - Wyznacz równanie prostej q prostopadłej do prostej p i przechodzącej przez punkt A .
 - Wyznacz współrzędne punktu, w którym przecinają się proste p i q .
 - Oblicz pole trójkąta ograniczonego tymi prostymi i osią OY .
- Do wykresu funkcji liniowej należy punkt $P = (-2, 3)$ oraz $f(1) = 2$. Wyznacz wzór funkcji f .
- Napisz równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $2x - y - 11 = 0$ i przechodzącej przez punkt $P = (1, 2)$.
- Sporządź wykres funkcji określonej wzorem: $f(x) = \begin{cases} x + 5, & \text{dla } x < -5 \\ -x + 2, & \text{dla } -5 \leq x < 5 \\ x - 6, & \text{dla } x \geq 5 \end{cases}$ i oblicz jej miejsca zerowe.
- Zbiorem rozwiązań nierówności $ax + 4 \geq 0$ z niewiadomą x jest przedział $(-\infty, 2)$. Wyznacz a .
- Narysuj wykres funkcji f i omów jej własności:
 - $f(x) = -|x + 2| + 1$,
 - $f(x) = |4 - 2x|$.

4. Funkcja liniowa

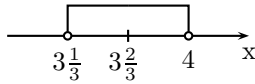
mgr A. Piłat, mgr M. Małycha, mgr M. Kucharska

15. Określ z zastosowaniem wartości bezwzględnej:

- a) $x \in (-3, 5)$,
 b) $x \in (-\infty, 0) \cup (4; \infty)$,
 c)



d)



16. Rozwiąż równania:

- a) $\sqrt{6}z - \sqrt{3} = \sqrt{12} - \sqrt{3}z$,
 b) $m - (m - 1)^2 = (m + 1)(-m + 1)$,
 c) $10 + |1 - x| = 15$,
 d) $3|t + 1| = |2t + 2|$.

17. Określ liczbę rozwiązań równania z niewiadomą x , gdy:

- a) $a^2x + 1 = a^2 + ax$,
 b) $(3 - m)x = 4 + x$.

18. Rozwiąż nierówności, rozwiązanie przedstaw na osi liczbowej.

- a) $\frac{3x-1}{2} - \frac{x+4}{3} \geq \frac{5x-11}{4}$,
 b) $5x - 2(2(3x - 1) - 3x) > 1 - 6x$,
 c) $|3x + 6| \leq 9$,
 d) $2|x| + 2 > |x|$,
 e) $|4 - x| > \frac{1}{3}$.

19. W roku 2015 na uroczystości urodzinowej ktoś spytał jubilata, ile ma lat. Jubilat odpowiedział: jeżeli swój wiek sprzed 27 lat pomnożę przez swój wiek za 15 lat, to otrzymam rok swojego urodzenia. Oblicz, ile lat ma ten jubilat.

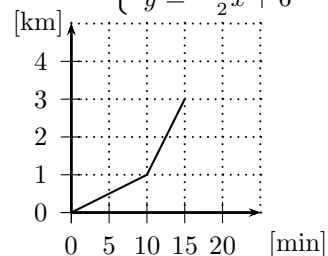
20. Ojciec polecił synowi rozwiązać 17 zadań i powiedział, że za każde poprawnie rozwiązane zadanie da mu 3 złote, a za każde błędnie rozwiązane zabierze mu 4 złote. Ile zadań syn rozwiązał poprawnie, jeśli od ojca otrzymał tylko 2 złote?

21. W pewnym zakładzie każdy z dziesięciu pracowników wykonuje w ciągu jednej zmiany średnio 2700 detali. Po zatrudnieniu nowego pracownika średnia wykonywanych detali w ciągu zmiany spadła o 4%. Oblicz, ile detali wykonuje w ciągu zmiany nowozatrudniony pracownik?

22. Rozwiąż algebraicznie i graficznie układ równań:

- a) $\begin{cases} -0,1x + 0,2y = 1 \\ 2y = x + 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4x(x + 5) - 8x(y + 3) + 4y^2 = 4(x - y)^2 \\ 2x + 3(y + 1) = 2 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = 3 \\ y = -\frac{1}{2}x + 6 \end{cases}$

23. Bogdan pierwszą część drogi do szkoły szedł, a drugą biegł (patrz wykres). Oblicz z jaką prędkością szedł, a z jaką biegł i jaka była jego średnia prędkość na całej trasie. Wyniki podaj w kilometrach na godzinę.



24. W czasie trzech godzin samolot przeleciał z wiatrem drogę długości 1134 km. Lecąc pod wiatr z taką samą prędkością samolot przeleciał w czasie jednej godziny 342 km. Jaka jest prędkość samolotu, a jaka prędkość wiatru?

25. Test wyboru. Zaznacz poprawne odpowiedzi.

a) Liczba 1 jest miejscem zerowym funkcji liniowej $f(x) = (2 - m)x + 1$. Wynika stąd, że
 (A) $m = 0$, (B) $m = 1$, (C) $m = 2$, (D) $m = 3$.

b) Które z równań opisuje prostą prostopadłą do prostej o równaniu $y = 4x + 5$?
 (A) $y = -4x + 3$, (B) $y = -\frac{1}{4}x + 3$, (C) $y = \frac{1}{4}x + 3$, (D) $y = 4x + 3$.

c) Funkcja liniowa $f(x) = (m^2 - 4)x + 2$ jest malejąca, gdy
 (A) $m \in \{-2, 2\}$, (B) $m \in (-2, 2)$, (C) $m \in (-\infty, 2)$, (D) $m \in (2, \infty)$.

d) Prosta o równaniu $y = \frac{2}{m}x + 1$ jest prostopadła do prostej o równaniu $y = -\frac{3}{2}x - 1$. Stąd wynika, że
 (A) $m = -3$, (B) $m = \frac{2}{3}$, (C) $m = \frac{3}{2}$, (D) $m = 3$.

e) Funkcja liniowa f jest określona wzorem $f(x) = ax + 6$, gdzie $a > 0$. Wówczas spełniony jest warunek:

(A) $f(1) > 1$, (B) $f(2) = 2$, (C) $f(3) < 3$, (D) $f(4) = 4$.

f) Układ równań $\begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ 6x + ay = 15 \end{cases}$ ma nieskończenie wiele rozwiązań, jeśli
 (A) $a = -1$, (B) $a = 0$, (C) $a = 2$, (D) $a = 3$.

26. (R) Rozwiąż równania i nierówności:

a) $|x + 2| = 3 - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$,

b) $|3x + 6| - |2x - 2| = x + 8$,

c) $|m + 3| + |-m + 1| = 5$,

d) $|2|x| + 3| < 5$,

e) $|t + 6| + |4t + 4| \geq 1$,

f) $|3 - k| < |1 - k|$,

g) $|x^2 - 1| > 1 - x$ - rozwiąż graficznie.

27. (R) Niech A będzie zbiorem wszystkich liczb x , które spełniają równanie $|x - 1| + |x - 3| = 2$. Niech B będzie zbiorem wszystkich punktów na osi liczbowej, których suma odległości od punktów 4 i 6 jest nie większa niż 4. Zaznacz na osi liczbowej zbiór A i B oraz wszystkie punkty, które należą jednocześnie do A i do B .

28. (R) Wyznacz wszystkie wartości parametru p , dla których równanie $|x - 2| + |x + 3| = p$ ma dokładnie dwa rozwiązania. Zakoduj w kolejności rosnącej trzy najmniejsze liczby całkowite spełniające warunki zadania.

29. (R) Liczba n jest najmniejszą liczbą całkowitą spełniającą równanie $2|x + 57| = |x - 39|$. Zakoduj cyfry: setek, dziesiątek i jedności liczby $|n|$.

30. (R) Oblicz najmniejszą liczbę naturalną n spełniającą nierówność $\left| \frac{2n-10}{3n+1} - \frac{2}{3} \right| < \frac{1}{30}$.

31. (R) Podaj dla jakiej wartości parametru m proste o równaniach $mx - (2m - 3)y + 3 = 0$, $(2m + 5)x + (m + 6)y - 6 = 0$ są równoległe oraz prostopadłe.

32. (R) Zbadaj liczbę rozwiązań układu równań: $\begin{cases} (m - 1)x - 2y = m \\ -3x + my = -2 \end{cases}$ w zależności od parametru m .

33. (R) Oblicz pole figury wyznaczonej przez układ nierówności: $\begin{cases} x \geq 0 \\ y + x \leq 5 \\ 2y - x \geq 4. \end{cases}$

4. Funkcja liniowa

mgr A. Piłat, mgr M. Małycha, mgr M. Kucharska

34. (R) Ala jeździ do szkoły rowerem, a Ola skuterem. Obie pokonują tę samą drogę. Ala wyjechała do szkoły o godzinie 7:00 i pokonała całą drogę w ciągu 40 minut. Ola wyjechała 10 minut później niż Ala, a pokonanie całej drogi zajęło jej tylko 20 minut. Oblicz, o której godzinie Ola wyprzedziła Alę.
35. (R) **Test wyboru.** Zaznacz poprawne odpowiedzi.

a) Funkcja określona wzorem $f(x) = |x - 3| - 4$ dla wszystkich liczb rzeczywistych

- (A) nie ma miejsc zerowych.
(B) ma dokładnie jedno miejsce zerowe.
(C) ma dokładnie dwa miejsca zerowe.
(D) ma więcej niż dwa miejsca zerowe.

b) Proste $6x - 2y + 1 = 0$ i $|m - 1|x - y - 4 = 0$ są równoległe dla dwóch różnych wartości parametru m , których iloczyn jest równy:

- (A) -8 , (B) -4 , (C) 4 , (D) 12 .

c) Dla jakiej wartości parametru m rozwiązaniem układu równań:

$$\begin{cases} mx + 2y = 6 \\ 2x - my = -2 \end{cases}$$

jest para liczb przeciwnych?

- (A) dla $m = -2$, (B) dla $m = 2$, (C) dla $m = -1$, (D) dla $m = 1$.

d) Ile punktów (x, y) o obu współrzędnych całkowitych spełnia warunki: $y \geq x$ i $x + y \leq 4$ i $x \geq 0$?

- (A) 9, (B) 8, (C) 6, (D) 5.