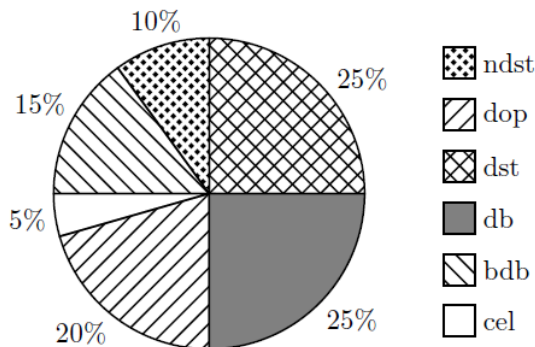


13. Statystyka i kombinatoryka

mgr Magdalena Kucharska, mgr Anna Piłat

1. Wojtek otrzymał w ciągu jednego roku szkolnego 20 ocen z języka polskiego. Częstość poszczególnych ocen przedstawiono na diagramie kołowym. **Oblicz** średnią, modę i medianę zestawu ocen Wojtka.



2. Średnia arytmetyczna wieku czterech kobiet jest równa 24 lata. Średnia arytmetyczna wieku sześciu mężczyzn jest równa 26 lat.

Dokończ zdanie. **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Średnia arytmetyczna wieku tych dziesięciu osób jest równa

- A. 25 B. 25,2 C. 24,9 D. 25,5

3. Na wykresie słupkowym poniżej podano rozkład miesięcznych zarobków wszystkich pracowników w pewnej firmie \mathcal{F} . Na osi poziomej podano – wyrażone w tysiącach złotych – miesięczne wynagrodzenie netto pracowników firmy \mathcal{F} , a na osi pionowej przedstawiono liczbę osób, która osiąga podane zarobki.



3. 1. **Dokończ** zdanie. **Zaznacz** odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Dominantą miesięcznych zarobków w firmie \mathcal{F} jest

A.	10 tys. zł,	ponieważ	1.	tę wartość zarobków osiąga najwięcej osób w firmie \mathcal{F} .
B.	4,5 tys. zł,		2.	ta wartość zarobków jest największa w firmie \mathcal{F} .
C.	4 tys. zł,		3.	iloczyn tej wartości zarobków i liczby osób z takimi zarobkami jest największy w firmie \mathcal{F} .

3. 2. **Uzupełnij** zdanie. **Wpisz** odpowiednią liczbę w wykropkowanym miejscu, aby zdanie było prawdziwe.

Medianą miesięcznych zarobków w firmie \mathcal{F} jest tys. zł.

3. 3. **Oblicz**, jaki % liczby wszystkich pracowników firmy \mathcal{F} stanowią osoby zarabiające 5,5 tys. zł. lub mniej.

3. 4. **Oblicz** średnią miesięcznego wynagrodzenia netto wszystkich pracowników firmy \mathcal{F} . Wynik **podaj** bez zaokrąglania.

4. Mediana zestawu sześciu liczb 1, 2, 3, 4, 5, $2x$ jest równa 3.

Dokończ zdanie. **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba x jest równa

A. 1

B. 1,5

C. 2

D. 3

5. Średnia wieku w pewnej grupie studentów jest równa 23 lata. Średnia wieku tych studentów i ich opiekuna jest równa 24. Opiekun ma 39 lat. **Oblicz**, ilu studentów jest w tej grupie.

6. W poniższej tabeli przedstawiono wyniki sondażu przeprowadzonego w grupie uczniów, dotyczącego czasu przeznaczanego dziennie na przygotowanie zadań domowych.

Czas (w godzinach)	1	2	3	4
Liczba uczniów	5	10	15	10

a) **Naszkicuj** diagram słupkowy ilustrujący wyniki tego sondażu.

b) **Oblicz** średnią liczbę godzin, jaką uczniowie przeznaczają dziennie na przygotowanie zadań domowych.

c) **Oblicz** wariancję i odchylenie standardowe czasu przeznaczanego dziennie na przygotowanie zadań domowych. Wynik **podaj** z dokładnością do 0,01.

7. Zgodnie z regulaminem uczelni wynik końcowy studiów oblicza się za pomocą średniej ważonej.

Wyniki dla studentów A, B, C przedstawiono w tabeli

Student	Średnia w indeksie waga 2	Ocena z pracy magister. waga 1	Ocena z egz. magister. waga 1
A	3,7	4,0	4,5
B	4,3	3,5	4,0
C	3,1	4,5	5,0

Ustal kolejność listy studentów według osiągniętych końcowych wyników studiów.

8. Firma krawiecka produkuje prostokątne dwukolorowe obrusy w jednakowym rozmiarze. Każdy obrus jest zszyty z trzech pasów materiału tej samej szerokości (zobacz rysunek). Zewnętrzne pasy są w tym samym kolorze. Cały obrus jest obszyty lamówką w jednym kolorze. W firmowym magazynie materiały są dostępne w 5 kolorach, a lamówka – w 3 kolorach. Obrusy uznajemy za różne, gdy różnią się kolorem lamówki lub kolorem pasów zewnętrznych, lub kolorem pasa wewnętrznego.



Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich różnych obrusów, które firma może produkować, jest równa

A. $5 \cdot 4 \cdot 3$

B. $5 \cdot 5 \cdot 3$

C. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 3$

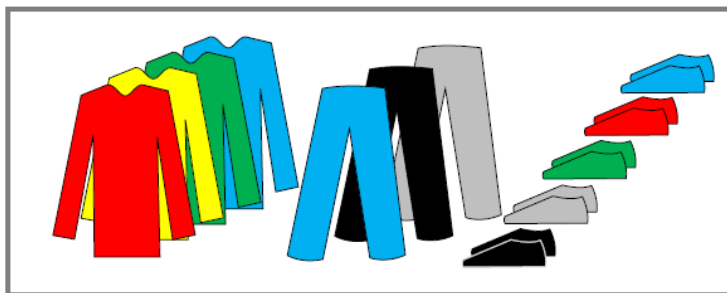
D. $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3$

9. Każdej z 10 osób przyporządkujemy:

- dzień tygodnia, w którym się urodziła,
- miesiąc, w którym się urodziła.

Oblicz, ile różnych wyników możemy otrzymać?

10. Andrzej ma w szafie 4 koszule: czerwoną, żółtą, zieloną i niebieską; 3 pary spodni: niebieskie, czarne i szare; oraz 5 par butów: czarne, szare, zielone, czerwone i niebieskie. Andrzej wybiera z szafy zestaw ubrania: jedną koszulę, jedną parę spodni i jedną parę butów. Zestawy ubrania wybierane przez Andrzeja określimy jako różne, gdy będą różniły się kolorem chociaż jednego rodzaju elementu ubioru w zestawie.



10. 1. **Dokończ** zdanie. **Zaznacz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich możliwych, różnych zestawów ubrania, jakie może wybrać Andrzej, jest równa

A. 12

B. 72

C. 60

D. 720

10. 2. **Oblicz**, na ile sposobów można wybrać taki zestaw, w którym dokładnie jeden element ubioru będzie niebieski.

11. Na dwóch półkach ustawiano 9 książek: 4 biograficzne i 5 fantasy. Ustawiono je w taki sposób, aby na każdej półce znalazły się książki wyłącznie jednego rodzaju.

Dokończ zdanie. **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich sposobów ustawienia książek przy zadanym warunku jest:

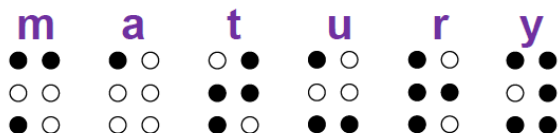
A. $4! \cdot 5! \cdot 2$

B. $4! \cdot 5!$

C. $4 \cdot 5$

D. $4 \cdot 5 \cdot 2$

12. Pojedynczy znak (np. litera, przecinek, wykrzyknik, itp.) w piśmie Braille'a dla niewidomych jest kombinacją od 1 do 6 wypukłych punktów. Punkty te mogą zajmować miejsca ułożone w dwóch kolumnach po trzy miejsca w każdej kolumnie. Poniżej podano przykład napisu w piśmie Braille'a. Czarne kropki w znaku oznaczają wypukłości, a białe kropki oznaczają brak wypukłości. Pojedynczy znak w piśmie Braille'a musi zawierać co najmniej jeden punkt wypukły.



Oblicz, ile różnych pojedynczych znaków można zapisać w piśmie Braille'a.

13. Do dyspozycji są dwa puste pojemniki oraz pięć kul. Każdą z kul należy umieścić w pojemniku. Liczba wszystkich różnych rozmieszczeń tych kul zależy od cech kul i pojemników. W poniższej tabeli w lewej kolumnie podano cechy obiektów (kul i pojemników).

Uzupełnij tabelę. **Wpisz** w każdą pustą komórkę tabeli właściwą odpowiedź wybraną spośród **A–F**.

Cechy kul i pojemników	Liczba wszystkich różnych rozmieszczeń kul w pojemnikach
Kule rozróżnialne, pojemniki rozróżnialne	
Kule rozróżnialne, pojemniki nierozróżnialne	
Kule nierozróżnialne, pojemniki rozróżnialne	
Kule nierozróżnialne, pojemniki nierozróżnialne	

A. 6 **B.** $2 \cdot 5$ **C.** 2^4 **D.** 3 **E.** 2^5 **F.** 5^2

14. **Dokończ** zdanie. **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych trzycyfrowych, w zapisie których cyfra 5 występuje dokładnie jeden raz, jest

A. 125 **B.** 225 **C.** 280 **D.** 300

15. **Oblicz**:

- ile jest czterocyfrowych nieparzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 1 i dokładnie jedna cyfra 2,
- ile jest czterocyfrowych parzystych liczb całkowitych dodatnich takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje dokładnie jedna cyfra 0 i dokładnie jedna cyfra 1.

16. **Dokończ** zdanie. **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych mniejszych od 2018 i podzielnych przez 5?

A. 402 **B.** 403 **C.** 203 **D.** 204

16. A) **Dokończ zdanie. Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie dziesiętnym występują tylko cyfry 0, 5, 7 (np. 57 075, 55 555), jest

A. 5^3

B. $2 \cdot 4^3$

C. $2 \cdot 3^4$

D. 3^5

17. **Oblicz**, ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero, jest dokładnie jedna cyfra 7 i dokładnie jedna cyfra parzysta.

Poziom rozszerzony

18. (R) a) **Oblicz** n , gdy $\binom{n}{4} = 35$.

b) **Wyznacz** wszystkie liczby naturalne n , dla których średnia arytmetyczna liczb $\binom{n}{2}$ i $\binom{n}{n-1}$ nie jest większa niż 3.

c) **Rozwiąż** równanie: $20P_{n-2} = P_n$, gdzie P_n oznacza liczbę wszystkich permutacji zbioru n elementowego.

18. A) (R) a) **Rozwiąż** równanie: $C_{x-4}^{x-5} = P_3$.

b) **Rozwiąż** równanie: $\binom{x}{2} - \binom{x}{3} = 0$, gdzie $x \in \{3, 4, \dots\}$.

19. (R) a) Ile słów trzyliterowych można utworzyć ze słowa LAS?

b) Ile słów sześcioliterowych można utworzyć ze słowa LUBLIN?

c) Ile słów dziesięcioliterowych można utworzyć ze słowa ANALFABETA?

d) Ile słów ośmioliterowych można utworzyć ze słowa WARSZAWA?

20. (R) Na jednej prostej dane są 4 różne punkty, na innej prostej równoległej do niej 6 różnych punktów.

Oblicz, ile istnieje

a) trójkątów,

b) czworokątów, których wierzchołkami są dane punkty?

21. (R) Przy okrągłym stole ustawiono 6 jednakowych krzeseł. **Oblicz**, na ile sposobów może usiąść przy tym stole 6 osób, tak aby:

a) osoby A i B siedziały obok siebie,

b) osoby A i B usiadły naprzeciwko siebie,

c) między osobami A i B siedziała tylko osoba C,

d) osoby A i B siedziały naprzeciwko siebie i jednocześnie osoby C i D siedziały naprzeciwko siebie?

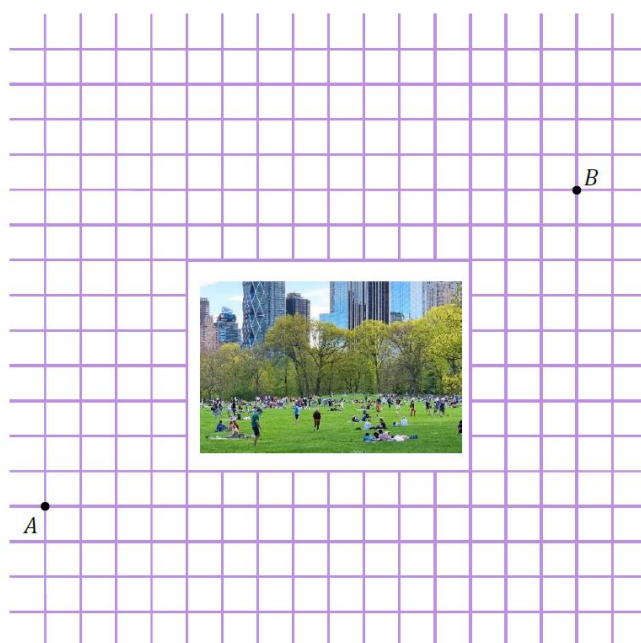
Uwaga: Dwa rozmieszczenia przy stole uznajemy za różne, jeżeli w tych rozmieszczeniach co najmniej jedna osoba ma różnych sąsiadów.

22. (R) Na okręgu zaznaczono sześć punktów. **Oblicz**, ile różnych wielokątów o wierzchołkach w tych punktach można narysować?

22. A) (R) W pewnym mieście jest prostopadły układ ulic, a ruch na każdej z nich jest dwukierunkowy. W centrum miasta znajduje się park, gdzie obowiązuje całkowity zakaz ruchu pojazdów. Schemat ulic w tym mieście wraz z położeniem parku przedstawiono poniżej na rysunku. Tomek znajduje się w punkcie A miasta i chce dojechać najkrótszą drogą do punktu B .



Oblicz, ile jest najkrótszych dróg z A do B .



23. (R) Z cyfr 0, 1, 2 tworzymy pięciocyfrowe liczby całkowite dodatnie podzielne przez 15.
Oblicz, ile możemy utworzyć takich liczb.
23. A) (R) **Oblicz**, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych, w których zapisie występują dokładnie trzy cyfry nieparzyste.
23. B) (R) **Oblicz**, ile jest wszystkich liczb naturalnych pięciocyfrowych parzystych, w których zapisie występują co najwyżej dwie dwójki.
24. (R) **Oblicz**, ile jest liczb naturalnych trzycyfrowych podzielnych przez 6 lub podzielnych przez 15.
25. (R) **Oblicz**, ile jest wszystkich siedmiocyfrowych liczb naturalnych, w których zapisie dziesiętnym występują dokładnie trzy cyfry 1 i dokładnie dwie cyfry 2.
26. (R) **Oblicz**, ile jest siedmiocyfrowych liczb naturalnych takich, że iloczyn wszystkich ich cyfr w zapisie dziesiętnym jest równy 28.

26. A) (R) Rozpatrujemy wszystkie liczby naturalne dziesięciocyfrowe, w zapisie których mogą występować wyłącznie cyfry 1, 2, 3, przy czym cyfra 1 występuje dokładnie trzy razy. **Uzasadnij**, że takich liczb jest 15 360.
27. (R) **Oblicz**, ile jest liczb naturalnych sześciocyfrowych, w zapisie których występuje dokładnie trzy razy cyfra 0 i dokładnie raz występuje cyfra 5.