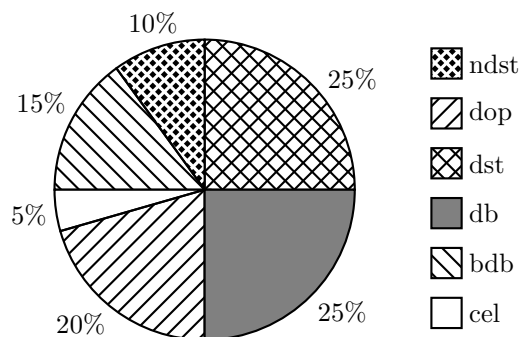


14. Statystyka i kombinatoryka

mgr A. Piłat, mgr M. Małycha, mgr M. Kucharska

1. Wojtek otrzymał w ciągu jednego roku szkolnego 20 ocen z języka polskiego. Częstość poszczególnych ocen przedstawiono na diagramie kołowym. Oblicz średnią, modę i medianę zestawu ocen Wojtka.
2. Średnia arytmetyczna liczb: 11, 12, 8, 11, x , 3, 4, 6, 8, 8 jest równa 8,5.
 - a) Wyznacz x .
 - b) Wyznacz medianę tych liczb.



3. Oblicz średnią arytmetyczną, wariancję i odchylenie standardowe podanego zestawu danych za pomocą tabelki częstość występowania liczby pestek w winogronach. Wynik podaj w zaokrągleniu do 0,1.

Liczba pestek	0	1	2	3
Liczba owoców	5	50	35	10

4. Kostka masła produkowanego przez pewien zakład mleczarski ma nominalną masę 20 dag. W czasie kontroli zakładu zważono 150 losowo wybranych kostek masła. Wyniki badań przedstawiono w tabeli.

Masa kostki masła (w dag)	16	18	19	20	21	22
Liczba kostek masła	1	15	24	68	26	16

- a) Na podstawie danych przedstawionych w tabeli oblicz średnią arytmetyczną oraz odchylenie standardowe masy kostki masła.
 - b) Kontrola wypada pozytywnie, jeśli średnia masa kostki masła jest równa masie nominalnej i odchylenie standardowe nie przekracza 1 dag. Czy kontrola zakładu wypadła pozytywnie? Odpowiedź uzasadnij.
5. Średnia wieku w pewnej grupie studentów jest równa 23 lata. Średnia wieku tych studentów i ich opiekuna jest równa 24. Opiekun ma 39 lat. Oblicz, ilu studentów jest w tej grupie.
 6. W poniższej tabeli przedstawiono wyniki sondażu przeprowadzonego w grupie uczniów, dotyczącego czasu przeznaczanego dziennie na przygotowanie zadań domowych.

Czas (w godzinach)	1	2	3	4
Liczba uczniów	5	10	15	10

- a) Naskicuj diagram słupkowy ilustrujący wyniki tego sondażu.
 - b) Oblicz średnią liczbę godzin, jaką uczniowie przeznaczają dziennie na przygotowanie zadań domowych.
 - c) Oblicz wariancję i odchylenie standardowe czasu przeznaczanego dziennie na przygotowanie zadań domowych. Wynik podaj z dokładnością do 0,01.
7. Zgodnie z regulaminem uczelni wynik końcowy studiów oblicza się za pomocą średniej ważonej. Wyniki dla studentów A, B, C przedstawiono w tabeli

Student	Średnia w indeksie, waga 2	Ocena z pracy magister., waga 1	Ocena z egz. magister., waga 1
A	3,7	4,0	4,5
B	4,3	3,5	4,0
C	3,1	4,5	5,0

Ustal kolejność listy studentów według osiągniętych końcowych wyników studiów.

8. Dziesięć kaset wideo ustawiasz w kolejności na półce. Na ile sposobów możesz to zrobić, jeśli chcesz aby trzy kasety z filmami twojego ulubionego reżysera stały obok siebie?
9. Pięciosobowa rodzina (rodzice, starsza córka i bliźniaki) ustawiją się do zdjęcia.
 - a) Ile jest możliwych ustawień dla osoby rozróżniającej bliźniaki?
 - b) Ile jest możliwych ustawień zdaniem fotografa, dla którego bliźniaki są identyczne?

10. Każdej z 10 osób przyporządkowujemy:
a) dzień tygodnia, w którym się urodziła,
b) miesiąc, w którym się urodziła.
Ile różnych wyników możemy otrzymać?
11. Alfabet Morse'a zbudowany jest z dwóch różnych elementów: kreski i kropki. Ile znaków pisarskich można utworzyć z tych elementów, jeśli każdy znak nie może posiadać mniej niż 3 i więcej niż 6 miejsc oznaczonych kropkami lub kreskami.
12. Pan Kowalski założył w swojej firmie zamek z czterocyfrowym kodem. Aby mógł łatwiej zapamiętać, wybrał kod, w którym suma dwóch pierwszych cyfr równa jest 12, a suma dwóch ostatnich cyfr 10. Ile miał możliwości wyboru kodu?
13. Na ile sposobów można ułożyć na półce 30 książek, spośród których 20 jest mniejszego formatu a 10 większego tak, aby mniejsze i większe książki nie były ze sobą pomieszane?
14. Oblicz, ile jest liczb naturalnych pięciocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero, jest dokładnie jedna cyfra 7 i dokładnie jedna cyfra parzysta.
15. **Test wyboru.** Zaznacz poprawne odpowiedzi.
- a) Mediana zestawu danych 2, 12, a , 10, 5, 3 jest równa 7. Wówczas
(A) $a = 4$ (B) $a = 6$. (C) $a = 7$. (D) $a = 9$.
- b) Średnia arytmetyczna cen sześciu akcji na giełdzie jest równa 500 zł. Za pięć z tych akcji zapłacono 2300 zł. Cena szóstej akcji jest równa
(A) 400 zł (B) 500 zł. (C) 600 zł. (D) 700 zł.
- c) Liczba wszystkich sposobów, na jakie Ala i Bartek mogą usiąść na dwóch spośród pięciu miejsc w kinie, jest równa
(A) 25 (B) 20 (C) 15 (D) 12
- d) W karcie dań jest 5 zup i 4 drugie dania. Na ile sposobów można zamówić obiad składający się z jednej zupy i jednego drugiego dania?
(A) 25 (B) 20 (C) 16 (D) 9
16. (R) a) Oblicz n , gdy $\binom{n}{4} = 35$.
b) Różnica między $\binom{n}{2}$ a $\binom{n}{1}$ wynosi 5. Oblicz n .
c) Rozwiąż równanie: $20P_{n-2} = P_n$, gdzie P_n oznacza liczbę wszystkich permutacji zbioru n elementowego.
d) Rozwiąż równanie: $C_{x-4}^{x-5} = P_3$.
e) Rozwiąż równanie: $\binom{x}{2} - \binom{x}{3} = 0$, gdzie $x \in \{3, 4, \dots\}$.
17. (R) Na okręgu zaznaczono sześć punktów. Ile różnych wielokątów o wierzchołkach w tych punktach można narysować?
18. (R) Na ile sposobów można podzielić 10 książek między dwie osoby tak, aby każda z nich miała 5 książek?
19. (R) Firma cateringowa dostarcza zestawy posiłków. Do wyboru jest 15 dań głównych, 10 napojów i 5 deserów. Planujesz wybrać 3 dania główne, 2 napoje i 2 desery. Na ile sposobów możesz to zrobić?

20. (R) a) Ile słów trzyliterowych można utworzyć ze słowa LAS?
 b) Ile słów sześcioliterowych można utworzyć ze słowa LUBLIN?
 c) Ile słów dziesięcioliterowych można utworzyć ze słowa ANALFABETA?
 d) Ile słów osmioliterowych można utworzyć ze słowa WARSZAWA?
21. (R) Na jednej prostej dane są 4 różne punkty, na innej prostej równoległej do niej 6 różnych punktów. Ile istnieje
 a) trójkątów,
 b) czworokątów,
 których wierzchołkami są dane punkty?
22. (R) Oblicz, ile jest wszystkich liczb ośmiocyfrowych, których iloczyn cyfr jest równy 24. Zakoduj cyfry setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.
23. (R) Oblicz, ile jest liczb naturalnych ośmiocyfrowych takich, że iloczyn cyfr w ich zapisie dziesiętnym jest równy 12.
24. (R) Oblicz, ile jest liczb sześciocyfrowych, w zapisie których występuje dokładnie trzy razy cyfra 0 i dokładnie raz występuje cyfra 5. Zakoduj cyfry setek, dziesiątek i jedności otrzymanego wyniku.
25. (R) Oblicz, ile jest liczb ośmiocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero, natomiast występują dokładnie dwie dwójki i występują dokładnie trzy trójki.
26. (R) Oblicz, ile jest stycyfrowych liczb naturalnych o sumie cyfr równej 4.
27. (R) Oblicz, ile jest wszystkich liczb stycyfrowych o sumie cyfr równej 5, w zapisie których występują tylko cyfry 0, 1, 3, 5.
28. (R) Oblicz, ile jest wszystkich liczb siedmiocyfrowych, w zapisie których nie występuje zero i na dokładnie dwóch miejscach stoją cyfry parzyste.
29. (R) Oblicz sumę wszystkich liczb trzycyfrowych zapisanych wyłącznie za pomocą cyfr 1, 2 i 3, wiedząc, że cyfry mogą się powtarzać.
30. (R) Oblicz, ile jest wszystkich liczb naturalnych czterocyfrowych takich, że w ich zapisie dziesiętnym występuje jedna cyfra nieparzysta i trzy cyfry parzyste.
 Uwaga: przypominamy, że zero jest liczbą parzystą.
31. (R) **Test wyboru.** Zaznacz poprawne odpowiedzi.

a) Zbiorem rozwiązań równania $\binom{n}{3} = \binom{n}{1}$ jest:
 (A) zbiór pusty (B) $\{-1\}$. (C) $\{4\}$. (D) $\{-1, 4\}$.

b) Z cyfr 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 można utworzyć:
 (A) 7! liczb siedmiocyfrowych o niepowtarzających się cyfrach.
 (B) 7⁷ liczb siedmiocyfrowych.
 (C) 7⁶ liczb siedmiocyfrowych podzielnych przez 5.
 (D) 7 liczb siedmiocyfrowych o wszystkich jednakowych cyfrach.

c) Liczba sposobów, na które można uporządkować talię 24 kart, dzieli się przez:
 (A) 23. (B) 5¹⁰. (C) 343. (D) 3⁶.

d) Przystawiając litery w wyrazie KATARZYŃKA można utworzyć dokładnie:
 (A) 302400 różnych wyrazów.
 (B) 5!3!2! różnych wyrazów.
 (C) 10! różnych wyrazów.
 (D) $\frac{10!}{2!3!}$ różnych wyrazów.

e) Niech n będzie liczbą naturalną taką, że liczba permutacji zbioru $(n + 1)$ -elementowego jest 200 razy większa od liczby permutacji zbioru n -elementowego. Wówczas:

(A) $n = 200$.

(B) $n = 199$.

(C) $n = 199$ lub $n = 200$.

(D) $n = 201$.