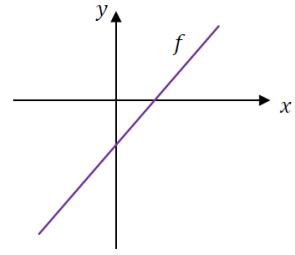


4. Funkcja liniowa

mgr Magdalena Kucharska, mgr Anna Piłat

1. Dana jest funkcja liniowa f określona wzorem $f(x) = ax + b$, gdzie a i b są liczbami rzeczywistymi. Wykres funkcji f przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku obok.



Dokończ zdanie. **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynniki a i b we wzorze funkcji f spełniają warunki

- A.** $a > 0$ i $b > 0$. **B.** $a > 0$ i $b < 0$. **C.** $a < 0$ i $b > 0$. **D.** $a < 0$ i $b < 0$.

2. Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dana jest prosta k o równaniu $y = 3x + b$, przechodząca przez punkt $A = (-1, 3)$.

Dokończ zdanie. **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Współczynnik b w równaniu tej prostej jest równy

- A.** 0 **B.** 6 **C.** (-10) **D.** 8

3. **Napisz** równanie prostej:

- $-6x + 3y + 2 = 0$ w postaci kierunkowej,
- przechodzącej przez punkty $A = (-4, -2)$, $B = (5, 4)$,
- nachylonej do osi OX pod kątem 120° i przechodzącej przez punkt $N = (-3, 2)$,
- równoległej do prostej $l : 6x - y = 0$ i przechodzącej przez punkt $P = (-1, 1)$,
- prostopadłej do prostej $l : \sqrt{2} - y + 5 = 0$ i przechodzącej przez punkt $M = (2, 1)$.

4. Na płaszczyźnie, w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) , dane są: prosta k o równaniu $y = \frac{1}{2}x + 5$, prosta l o równaniu $y - 1 = -2x$.

Dokończ zdanie. **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Proste k i l

- A.** się pokrywają. **B.** nie mają punktów wspólnych.
C. są prostopadłe. **D.** przecinają się pod kątem 30° .

5. **Podaj** miarę kąta, jaki tworzy funkcja liniowa z osią OX , gdy:

- $f(x) = \sqrt{3}x + 3$,
- $f(x) = x + 4$,
- $f(x) = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 1$,
- $f(x) = -x + 1$,
- $f(x) = -\sqrt{3}x - 2$,
- $f(x) = -\sqrt{3}$.

6. **Uzasadnij**, że punkty: $A = (-1, 1)$, $B = (1, 5)$ i $C = (1000, 2003)$ należą do jednej prostej.

7. Dane są proste k , l , m o równaniach:

$$k : 2x + 4y - 1 = 0, \quad l : 4x + 2y + 1 = 0, \quad m : 3x + 6y - 2 = 0.$$

Oceń prawdziwość poniższych zdań. **Zaznacz P**, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo **F** – jeśli jest fałszywe.

1.	Proste k i l są prostopadłe.	P	F
2.	Proste k i m są równoległe.	P	F

8. **Oblicz** współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez punkty $A = (0, 2)$, $B = (-3, 4)$, a następnie **podaj** wartość współczynnika kierunkowego prostej:

- równoległej do prostej AB ,
- prostopadłej do prostej AB .

9. O funkcji liniowej f o wzorze $y = ax + b$ wiadomo, że gdy argument x zwiększa się o 1, to wartość y funkcji zwiększa się o 2. **Określ** współczynnik a tej funkcji.

10. **Napisz** wzór funkcji liniowej w postaci $y = ax + b$ wiedząc, że:

- przyjmuje wartości ujemne w przedziale $(-\infty, -4)$ i jej wykres jest nachylony do osi odciętych pod kątem 45° ,
- rzędna punktu przecięcia jej wykresu z osią OY jest równa 4, a odcięta punktu przecięcia z osią OX jest równa 2.
- przyjmuje wartość 2 dla argumentu 0, a ponadto $f(4) - f(2) = 6$.

11. **Oblicz** dla jakich wartości k funkcja liniowa f określona wzorem:

- $f(x) = (-2k^2 - 6)x - 4$ jest malejąca,
- $f(x) = \left(3 - \frac{2k+3}{4}\right)x + 3$ jest rosnąca,
- $f(x) = 5kx + 8 - k^2x$ jest stała.

11. A) Dana jest funkcja f o wzorze $f(x) = -3x + 3$.

- Wyznacz** wzór funkcji g , wiedząc, że jej wykres jest równoległy do wykresu funkcji f oraz przechodzi przez punkt $A = (1, 3)$.
- Wyznacz** miejsca zerowe funkcji f i g .
- W jednym układzie współrzędnych **narysuj** wykresy funkcji f i g .
- Oblicz** pole figury ograniczonej wykresami funkcji f i g oraz osiami układu współrzędnych.

11. B) Dana jest prosta p o równaniu $y = \frac{2}{3}x - 4$ oraz punkt $A = (4, 3)$.

- Wyznacz** równanie prostej q prostopadłej do prostej p i przechodzącej przez punkt A .
- Wyznacz** współrzędne punktu, w którym przecinają się proste p i q .
- Oblicz** pole trójkąta ograniczonego tymi prostymi i osią OY .

4. Funkcja liniowa

mgr Magdalena Kucharska, mgr Anna Piłat

12. Do wykresu funkcji liniowej należy punkt $P = (-2, 3)$ oraz $f(1) = 2$. **Wyznacz** wzór funkcji f .
13. **Napisz** równanie prostej równoległej do prostej o równaniu $2x - y - 11 = 0$ i przechodzącej przez punkt $P = (1, 2)$.
14. **Sporządź** wykres funkcji określonej wzorem: $f(x) = \begin{cases} x + 5, & \text{dla } x < -5 \\ -x + 2, & \text{dla } -5 \leq x < 5 \\ x - 6, & \text{dla } x \geq 5 \end{cases}$ i **oblicz** jej miejsca zerowe.

15. Zbiorem rozwiązań nierówności $ax + 4 \geq 0$ z niewiadomą x jest przedział $(-\infty, 2]$. **Wyznacz** a .
16. Temperatura powietrza obniża się wraz ze wzrostem wysokości n.p.m. Na podstawie danych empirycznych stwierdzono, że temperatura maleje o $0,6^\circ\text{C}$, gdy wysokość wzrasta o 100 m, a gdy wysokość maleje o 100 m – temperatura rośnie o $0,6^\circ\text{C}$. W Zakopanem, które znajduje się na wysokości 1000 metrów n.p.m., temperatura powietrza zmierzona w punkcie pomiarowym była równa 13°C . W tym samym czasie dokonano pomiarów temperatury powietrza w Białce Tatrzańskiej i na Rysach.

16. 1. Oceń prawdziwość poniższych stwierdzeń. **Wybierz** P, jeśli stwierdzenie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Na Rysach, na wysokości 2499 metrów n.p.m., zmierzona temperatura powietrza nie przekraczała 5°C .	P	F
2.	W Białce Tatrzańskiej (650 metrów n.p.m.) zmierzona temperatura powietrza była równa $16,5^\circ\text{C}$.	P	F

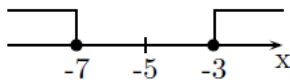
16. 2. Niech $f(x) = ax + b$ będzie funkcją opisującą zależność temperatury powietrza od wysokości x n.p.m. w dowolnym punkcie nad Zakopanem. **Oblicz** wartość współczynnika a i wartość współczynnika b . Zapisz obliczenia.

17. **Oceń** prawdziwość poniższych zdań. **Zaznacz** P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

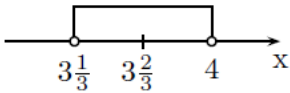
1.	Jeżeli liczba rzeczywista x jest ujemna, to $ x - 10 + x = 10$.	P	F
2.	Jeżeli liczba rzeczywista x jest ujemna, to $ x^2 + 1 = -x^2 - 1$.	P	F

18. **Narysuj** wykres funkcji $f(x) = -|x + 2| + 1$ i omów jej własności.
18. A) **Narysuj** wykres funkcji $f(x) = |4 - 2x|$ i omów jej własności.
19. **Określ** z zastosowaniem wartości bezwzględnej:
- a) $x \in \langle -3; 5 \rangle$,
- b) $x \in (-\infty, 0) \cup (4; \infty)$,

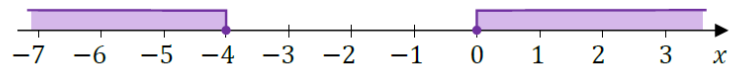
c)



d)



20. Spośród nierówności **A–D** wybierz tę, której zbiór wszystkich rozwiązań zaznaczono na osi liczbowej.



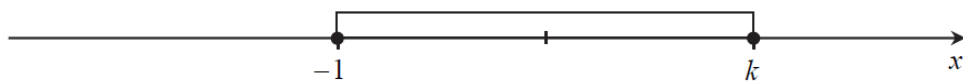
A. $|x + 2| \leq 2$

B. $|x - 2| \leq 2$

C. $|x + 2| \geq 2$

D. $|x - 2| \geq 2$

21. Na rysunku przedstawiony jest zbiór wszystkich liczb rzeczywistych spełniających nierówność $|2x - 8| \leq 10$.



Stąd wynika, że

A. $k = 2$

B. $k = 4$

C. $k = 5$

D. $k = 9$

21. A) Na osi liczbowej zaznaczono przedział A złożony z tych liczb rzeczywistych, których odległość od punktu 1 jest nie większa od 4,5. Przedział A przesunięto wzdłuż osi o 2 jednostki w kierunku dodatnim, otrzymując przedział B . **Wyznacz** wszystkie liczby całkowite, które należą jednocześnie do A i do B .

22. **Rozwiąż** równania:

a) $\sqrt{6z} - \sqrt{3} = \sqrt{12} - \sqrt{3z}$,

b) $m - (m - 1)^2 = (m + 1)(-m + 1)$,

c) $10 + |1 - x| = 15$,

d) $3|t + 1| = |2t + 2|$.

23. **Rozwiąż** nierówności, rozwiązanie przedstaw na osi liczbowej.

a) $2x \geq \sqrt{5} \cdot x + 3\sqrt{5} - 6$, **podaj** największą liczbę całkowitą spełniającą tę nierówność,

b) $|3x + 6| \leq 9$,

c) $2|x| + 2 > |x|$,

d) $|4 - x| > \frac{1}{3}$.

24. Klient banku wypłacił z bankomatu kwotę 1040 zł. Bankomat wydał kwotę w banknotach o nominałach 20 zł, 50 zł oraz 100 zł. Banknotów 100 – złotych było dwa razy więcej niż 50 – złotych, a banknotów 20 – złotych było o 2 mniej niż 50 – złotych. Niech x oznacza liczbę banknotów 50 – złotych, a y – liczbę banknotów 20 – złotych, które otrzymał ten klient.

Dokończ zdanie. **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Poprawny układ równań prowadzący do obliczenia liczb x i y to

A.
$$\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1040 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1040 \\ y = x - 2 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 20y + 50x + 100 \cdot 2x = 1040 \\ x = y - 2 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 20y + 50x + 50x \cdot 2 = 1040 \\ x = y - 2 \end{cases}$$

24. A) Właściciel sklepu kupił w hurtowni 50 par identycznych spodni po x zł za parę i 40 identycznych marynarek po y zł za sztukę. Za zakupy w hurtowni zapłacił 8000 zł. Po doliczeniu marży 50% na każdą parę spodni i 20% na każdą marynarkę ceny detaliczne spodni i marynarki były jednakowe.

Dokończ zdanie. **Wybierz** właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cenę pary spodni x oraz cenę marynarki y , jakie trzeba zapłacić w hurtowni, można obliczyć z układu równań

A.
$$\begin{cases} x + y = 8000 \\ 0,5x = 0,2y \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 0,5x = 0,2y \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 50x + 40y = 8000 \\ 1,5x = 1,2y \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} x + y = 8000 \\ 1,5x = 1,2y \end{cases}$$

25. W roku 2015 na uroczystości urodzinowej ktoś spytał jubilata, ile ma lat. Jubilat odpowiedział: jeśli swój wiek sprzed 27 lat pomnożę przez swój wiek za 15 lat, to otrzymam rok swojego urodzenia. **Oblicz**, ile lat ma ten jubilat?

26. W pewnym zakładzie każdy z dziesięciu pracowników wykonuje w ciągu jednej zmiany średnio 2700 detali. Po zatrudnieniu nowego pracownika średnia wykonywanych detali w ciągu zmiany spadła o 4%. **Oblicz**, ile detali wykonuje w ciągu zmiany nowo zatrudniony pracownik?

27. **Rozwiąż** algebraicznie i graficznie układ równań:

a)
$$\begin{cases} -0,1x + 0,2y = 1 \\ 2y = x + 2 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 4x(x + 5) - 8x(y + 3) + 4y^2 = 4(x - y)^2 \\ 2x + 3(y + 1) = 2 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}y = 3 \\ y = -\frac{1}{2}x + 6 \end{cases}$$

28. W czasie trzech godzin samolot przeleciał z wiatrem drogę długości 1134 km. Lecąc pod wiatr z taką samą prędkością samolot przeleciał w czasie jednej godziny 342 km. **Oblicz** jaka jest prędkość samolotu, a jaka prędkość wiatru?

Poziom rozszerzony

29. (R) **Rozwiąż** równania i nierówności:

a) $|x + 2| = 3 - \sqrt{x^2 - 2x + 1}$,

b) $|3x + 6| - |2x - 2| = x + 8$,

c) $|m + 3| + |-m + 1| = 5$,

d) $|2|x| + 3| < 5$,

e) $|x + 2| + 2|x - 3| < 11$,

f) $|3 - k| < |1 - k|$.

29. A) (R) **Rozwiąż** graficznie nierówność $|x^2 - 1| > 1 - x$.

29. B) (R) Niech A będzie zbiorem wszystkich liczb x , które spełniają równanie $|x - 1| + |x - 3| = 2$. Niech B będzie zbiorem wszystkich punktów na osi liczbowej, których suma odległości od punktów 4 i 6 jest nie większa niż 4. **Zaznacz** na osi liczbowej zbiór A i B oraz wszystkie punkty, które należą jednocześnie do A i do B .

30. (R) **Wyznacz** wszystkie wartości parametru p , dla których równanie $|x - 2| + |x + 3| = p$ ma dokładnie dwa rozwiązania.

31. (R) **Podaj** dla jakiej wartości parametru m proste l i k o równaniach $l: mx - (2m - 3)y + 3 = 0$, $k: (2m + 5)x + (m + 6)y - 6 = 0$ są równoległe oraz prostopadłe.

32. (R) **Określ** liczbę rozwiązań równania z niewiadomą x , gdy:

a) $a^2x + 1 = a^2 + ax$,

b) $(3 - m)x = 4 + x$.

32. A) (R) **Ile** punktów (x, y) o obu współrzędnych całkowitych dodatnich należy do półpłaszczyzny opisanej nierównością $y \leq -\frac{1}{2}(x - 8)$?

33. (R) **Zbadaj** liczbę rozwiązań układu równań: $\begin{cases} (m - 1)x - 2y = m \\ -3x + my = -2 \end{cases}$ w zależności od parametru m .

33. A) (R) Dany jest układ równań $\begin{cases} mx + y = m^2 \\ 4x + my = 8 \end{cases}$ z niewiadomymi x i y oraz parametr m . **Wyznacz** wszystkie wartości parametru m , dla których układ jest oznaczony, a para liczb (x, y) będąca rozwiązaniem układu spełnia warunek $|x + y| < 2$.

34. (R) Proste o równaniach $2x + y - 4m - 4 = 0$ i $x - 3y + 5m + 5 = 0$ przecinają się w punkcie P o współrzędnych (x_P, y_P) . **Wyznacz** wszystkie wartości parametru m , dla których współrzędne punktu P spełniają warunki: $x_P > 0$, $y_P > 0$, $y_P \geq x_P^2$ oraz $y_P < -2x_P + 8$.