1. Wielomian $w(x) = (a^2 - 5a - 6)x^3 + 3x^2 - 8x + 6$ jest wielomianem stopnia drugiego dla:

   A. $a \in R$ **B.** $a \in R\backslash\{0\}$ **C.** $a \in R\backslash\{-1;\ 6\}$ **D.** $a \in \{-1;\ 6\}$

2. **Dokończ** zdanie. **Zaznacz** dwie odpowiedzi, tak aby dla każdej z nich dokończenie zdania było prawdziwe.
   Jeżeli wielomian $w(x) = (2x-3)^2 - (x-1)^2$, to

   A. $w(x) = 3x^2 - 10x + 8$
   B. $w(x) = 3x^2 + 10x + 8$
   C. $w(x) = 3x^2 + 8$
   D. $w(x) = (x-2)(3x-4)$
   E. $w(x) = 3x^2 - 14x + 10$
   F. $w(x) = 3x^2 - 10$
   G. $w(x) = (x-4)(3x-2)$

2. A) a) **Sprawdź**, czy wielomian $w(x) = 8x^3 - 27$ jest równy wielomianowi $p(x) = (2x+3)(4x^2 - 6x + 9)$.

   b) **Rozłóż** wielomian na czynniki:
   $p(x) = (2x-4)^3 - (x-2)^3$,
   $g(x) = -5x^5 + 30x^4 - 45x^3$,
   $z(x) = x^4 - 3x^3 + 8x - 24$,
   $w(x) = x^3 - 21x + 20$,
   $u(x) = (x^2 + x + 4)(x^2 + 6x - 7)$.

3. **Rozwiąż** równanie:
   a) $x^3 - 7x^2 + 2x - 14 = 0$,
   b) $x^3 + 2x^2 - 5x - 10 = 0$,
   c) $x^3 - x = x^2 - 1$,
   d) $(x-1)^4 - 5(x-1)^2 + 6 = 0$,
   e) $(x^3 - 8)(x^2 - 4x - 5) = 0$.

4. **Wyznacz** współczynniki a, b wielomianu $w(x) = x^3 - ax^2 - 2x + b$, gdy $w(1) = 3$ i $w(0) = -2$.

5. Dany jest wielomian $w(x) = 2x^3 + ax^2 - 14x + b$.
   a) Dla $a = 0$ i $b = 0$ otrzymamy wielomian $w(x) = 2x^3 - 14x$. **Rozwiąż** równanie $2x^3 - 14x = 0$.
   b) **Dobierz** wartości a i b tak, aby pierwiastkami wielomianu $w(x)$ były liczby 2 i (−3).

6. Dany jest wielomian $w(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 2$.
   Wybierz zdanie prawdziwe **A**, **B**, albo **C** oraz zdanie **1.**, **2.** albo **3.** uzasadniające takie stwierdzenie.

A.	Wielomian w jest podzielny przez dwumian $x + 1$,	ponieważ	**1.**	$w(-2) = 0$.

B.	Wielomian w jest podzielny przez dwumian $x+2$,		**2.**	dla każdej liczby rzeczywistej x $w(x) > 0$.
C.	Wielomian w nie ma pierwiastków rzeczywistych,		**3.**	$w(-1) = 0$.

7. Pierwiastkiem równania $2x^3 - (3m-1)x^2 + 7x - m = 0$ jest liczba (−1).
   a) **Wyznacz** wartość parametru m.
   b) **Wyznacz** pozostałe pierwiastki tego równania.

7. A) Dany jest wielomian $w(x) = x^3 + kx^2 - 4$.
   a) **Wyznacz** współczynnik k tego wielomianu wiedząc, że pierwiastkiem wielomianu jest liczba (−2).
   b) Dla wyznaczonej wartości k **rozłóż** wielomian na czynniki i **podaj** wszystkie jego pierwiastki.

8. Dane są przedziały $(-\infty; m^3+3\rangle$ i $\langle 3m^2+m; \infty)$, gdzie $m \in R$. **Wyznacz** wszystkie wartości m, dla których część wspólna tych przedziałów jest zbiorem jednoelementowym.

9. Liczby a, b, c są kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie (−2). Wartość wielomianu $w(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ dla argumentu 2 jest równa 4.
   a) **Oblicz** $w(-3)$.
   b) **Oblicz** resztę z dzielenia wielomianu $w(x)$ przez dwumian $x+1$.

10. Dla jakich wartości parametru a wielomian $w(x) = a^2x^3 - 4ax + 5$ jest podzielny przez dwumian $q(x) = x + 1$.

10. A) Niech $w(x) = 2x^3 - 9x^2 - 38x + 21$.
    a) **Wykaż**, że $(x+3)$ jest dzielnikiem wielomianu $w(x)$.
    b) Wielomian $w(x)$ **rozłóż** na iloczyn czynników liniowych o współczynnikach całkowitych.

11. Nie wykonując dzielenia wielomianów:
    a) **wyznacz** resztę z dzielenia wielomianu $w(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ przez wielomian $q(x) = x - \sqrt{2}$.
    b) **sprawdź**, czy wielomian $w(x) = x^4 - x^3 - 7x^2 + 13x - 6$ jest podzielny przez wielomian $p(x) = x^2 - 3x + 2$.

12. W wyniku dzielenia wielomianu $w(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 1$ przez wielomian $p(x)$ otrzymano iloraz $q(x) = x^2 - 3x + 2$ i resztę $r(x) = -1$. **Wyznacz** wielomian $p(x)$.

12. A) **Wyznacz** wartości współczynników a i b wielomianu $w(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$ wiedząc, że $w(2) = 7$ oraz reszta z dzielenia w przez dwumian $x - 3$ jest równa 10.

13. Dany jest wielomian $w(x)$. Wiedząc, że reszta z dzielenia tego wielomianu przez $(x+1)$ wynosi 2, przez $(x-8)$ wynosi (-7), **podaj** wielomian, który jest resztą z dzielenia $w(x)$ przez $(x+1)(x-8)$.

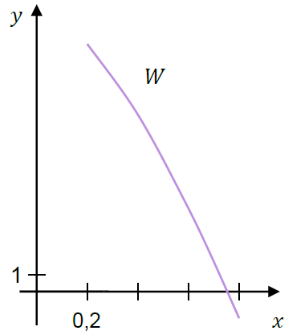
14. Dany jest wielomian $w(x) = 3x^3 + mx^2 + 3x - 2$ gdzie m jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiadomo, że ten wielomian można zapisać w postaci iloczynowej: $w(x) = (x+2)q(x)$, gdzie $q(x)$ jest pewnym trójmianem kwadratowym. **Wyznacz** wielomian $q(x)$ oraz oblicz wszystkie pierwiastki rzeczywiste wielomianu $w(x)$.

Poziom rozszerzony

15. (R) **Wykonaj** dzielenie wielomianu $w(x) = -3x^4 + 5x^3 + x^2 + 10x + 6$ przez $q(x) = x^2 + 2$ i **zapisz** go w postaci $w(x) = p(x)q(x) + r(x)$.

15. A) (R) Dane są wielomiany: $q(x) = x^4 - 8x^3 + 22x^2 - 24x + 9$, $p(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$. **Oblicz** wartości m i n, dla których wielomian $w(x) = x^4 + (m-4)x^3 - (2n+6)x^2 - 38x - 3$ równy jest wielomianowi $q(x) - 2p(x)$.

15. B) (R) Na diagramie obok przedstawiono fragment wykresu wielomianu $w(x)$ określonego wzorem $w(x) = 4x^3 - 19x^2 - 12x + 18$ dla każdego $x \in R$. **Oblicz** wszystkie pierwiastki wielomianu $w(x)$.



16. (R) **Rozwiąż** równanie:

a) $2x^3 + x^2 - 13x + 6 = 0$,

b) $3x^3 - x = 1 - 7x^2$.

16. A) (R) Wielomian $w(x)$ jest określony wzorem $w(x) = (x-1)(x^2 - mx + m - 1)$ dla każdego $x \in R$. **Wyznacz** wszystkie wartości parametru m, dla których wielomian $w(x)$ ma dokładnie jeden pierwiastek rzeczywisty.

17. (R) **Wyznacz** wartości parametrów p, q, dla których liczba (-1) jest dwukrotnym pierwiastkiem równania $x^3 + px^2 + qx - 2 = 0$.

17. A) (R) O wielomianie $w(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + c$ wiadomo, że liczba 1 jest jego pierwiastkiem dwukrotnym oraz że $w(x)$ jest podzielny przez dwumian $x + 2$. **Oblicz** współczynniki a, b, c. Dla obliczonych wartości a, b, c **rozwiąż** nierówność $w(x+1) < 0$.

18. (R) Wiedząc, że liczby 1 oraz 4 są pierwiastkami wielomianu $w(x) = x^4 + mx^3 + 9x^2 + 38x + n$ **znajdź** pozostałe pierwiastki i rozwiąż nierówność $w(x) < 0$.

19. (R) Wielomian określony wzorem $w(x) = 2x^3 + (m^3 + 2)x^2 - 11x - 2(2m + 1)$ jest podzielny przez dwumian $(x - 2)$ oraz przy dzieleniu przez dwumian $(x + 1)$ daje resztę 6. **Oblicz** m i dla wyznaczonej wartości m **rozwiąż** nierówność $w(x) \leq 0$.

19. A) (R) Suma wszystkich czterech współczynników wielomianu $w(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ jest równa 0. Trzy pierwiastki tego wielomianu tworzą ciąg arytmetyczny o różnicy równej 3. **Oblicz** współczynniki a, b i c. **Rozważ** wszystkie możliwe przypadki.

20. (R) Dany jest wielomian $w(x) = 2x^4 - ax^3 - bx^2 - cx + 3$. **Wyznacz** współczynniki tego wielomianu wiedząc, że c, a, b są trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego o ilorazie $q = 3$, liczba (-1) jest pierwiastkiem tego wielomianu. **Rozwiąż** $w(x) \leq 0$.

20. A) (R) **Wyznacz** dziedzinę funkcji $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x^3 - 9x^2 + 27}}$.

21. (R) **Rozwiąż** nierówność:
    a) $-3x^2(x + 2)(x^2 + 1)(x + 1)^2 < 0$,
    b) $x^3 \geq 81x$,
    c) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 < 0$.

21. A) (R) **Rozwiąż** nierówność: $x^3 - x^2 + 6|x - 1| \leq 0$.

21. B) (R) Funkcja $w(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ osiąga ekstremum $y = -4$ dla $x = 1$. **Wyznacz** współczynniki a, b, c tej funkcji wiedząc, że do jej wykresu należy punkt $B = (0, -2)$. **Rozwiąż** nierówność $w(x) \geq 0$.

21. C) R) Wiedząc, że $f(x) = x^5 + x^3$ **rozwiąż** nierówność $f'(2x) + f''(x) \geq 6x$.